Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Казанский национальный исследовательский

технический университет им. А.Н. Туполева

Кафедра прикладной математики и информатики

Пояснительная записка к расчетно-графической работе

по дисциплине

"Теория вероятностей и математическая статистика"

Выполнил:

студент гр.4210 Нигамадянов Ф.М.

Руководитель:

доцент каф. ПМИ, к.п.н.  
*Медведева С.Н.*

Подпись: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Дата сдачи: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Казань 2022

АННОТАЦИЯ

Темы: «Первичный статистический анализ экспериментальных данных», «Проверка статистических гипотез».

Ставится задача проведения первичного статистического анализа экспериментальных данных, а именно, построение вариационного ряда, исключение грубых ошибок измерений, построение статистических оценок параметров распределения (математического ожидания и дисперсии), построение интервального статистического ряда, построение статистических оценок функции и плотности распределения. Далее приводятся результаты проверки статистической гипотезы о нормальности закона распределения исследуемой случайной величины по критерию согласия Пирсона и Колмогорова.

ABSTRACT

Themes: «Primary statistical analysis of observed data», « Testing of statistical hypothesis».

The task is to perform primary statistical analysis of observed data which consists of forming the ordered sample, elimination of measurement gross errors, computation of statistical estimation of distribution parameters (mathematical expectation and dispersion), constructing of interval statistical series, computation of statistical estimation of distribution and density function. Another goal is to perform check on the statistical hypothesis of normality of the statistical law of observed random variable based on Pearson’s and Kolmogorov’s chi-squared test.

Содержание

[Задание на расчетно-графическую работу 5](#_Toc70629912)

[1. Получение исходных экспериментальных данных 6](#_Toc70629913)

[1.1. Получение выборки измерений 6](#_Toc70629914)

[1.2. Первичная обработка результатов измерений 8](#_Toc70629915)

[1.2.1. Построение вариационного ряда 8](#_Toc70629916)

[1.2.2. Исключение грубых ошибок измерений 9](#_Toc70629917)

[1.2.3. Построение статистических оценок математического ожидания и дисперсии 11](#_Toc70629918)

[1.2.4. Построение интервального статистического ряда 12](#_Toc70629919)

[1.2.5. Построение статистических оценок функции распределения 14](#_Toc70629920)

[1.2.6. Статистические оценки плотности распределения 16](#_Toc70629921)

[2. Проверка статистических гипотез о законе распределения СВ 19](#_Toc70629922)

[2.1. Расчёты для проверки критерия согласия χ2 Пирсона 19](#_Toc70629923)

[2.2. Расчёты для проверки критерия согласия Колмогорова 21](#_Toc70629924)

[Выводы 24](#_Toc70629925)

[Conclusions 25](#_Toc70629926)

[Список литературы 26](#_Toc70629927)

[Приложения 27](#_Toc70629928)

# Задание на расчетно-графическую работу

* Провести наблюдения практически значимой случайной величины (СВ) *Х* и получить исходные экспериментальные данные в виде выборки измерений *хn* (можно воспользоваться статистическими данными из различных предметных областей из источников, заслуживающих доверие).
* Объем выборки в соответствии с вариантом задания выбрать из табл.1. Номер варианта задания совпадает с порядковым номером студента в списке учебной группы.
* Расчеты первичного статистического анализа выполнить на определенном уровне значимости, Вариант значения уровня значимости α определяется по следующему правилу: для каждого четного порядкового номера студента в списке группы α = 0,01; для каждого нечетного – α = 0,05.
* Выполнить описание теоретических методов обработки данных, используемых в расчетно-графической работе.
* Провести первичную статистическую обработку полученных данных с помощью Пакета Анализа MS Excel, выполнить анализ полученных результатов.
* Проверить статистические гипотезы о нормальности распределения исследуемых экспериментальных данных по критериям Колмогорова, используя встроенные средства MS Excel. Сделать выводы о характере распределений исследуемых показателей
* Провести расчеты вторичного статического анализа на основе методов в соответствии с вариантом с помощью средств MS Excel, выполнить анализ полученных результатов.
* Оформить расчетно-графическую работу с соблюдением требований, результаты расчетов дополнительно приложить в виде скриншотов листов MS Excel с расчетами и графиками в Приложении.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № варианта | Объем выборки | Значение уровня значимости |
| 16 | 76 |  = 0,01 |

# Получение исходных экспериментальных данных

## Получение выборки измерений

В качестве измеряемого параметра выбирается время выполнения цикла по заполнению статического массива размером 50 млн. ячеек псевдослучайными числами на языке программирования C++. Всего проводится 76 измерений, уровень значимости α = 0,01. Параметр измеряется в секундах. Результаты измерений представлены в *Таблице 1*.

Таблица 1

| №  измерения | Практически значимая величина Время работы цикла, с. | №  измерения | Практически значимая величина Время работы цикла, с. | №  измерения | Практически значимая величина Время работы цикла, с. |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 7,029 | 31 | 7,345 | 61 | 7,067 |
| 2 | 6,79 | 32 | 6,799 | 62 | 5,82 |
| 3 | 6,81 | 33 | 6,942 | 63 | 6,439 |
| 4 | 6,64 | 34 | 6,13 | 64 | 6,608 |
| 5 | 6,391 | 35 | 6,771 | 65 | 7,006 |
| 6 | 6,173 | 36 | 6,876 | 66 | 6,957 |
| 7 | 6,373 | 37 | 6,83 | 67 | 6,447 |
| 8 | 9,826 | 38 | 8,177 | 68 | 6,038 |
| 9 | 7,091 | 39 | 7,144 | 69 | 6,268 |
| 10 | 6,672 | 40 | 6,372 | 70 | 6,328 |
| 11 | 6,86 | 41 | 5,903 | 71 | 6,252 |
| 12 | 8,358 | 42 | 6,026 | 72 | 6,803 |
| 13 | 6,136 | 43 | 5,848 | 73 | 6,443 |
| 14 | 7,031 | 44 | 6,001 | 74 | 6,317 |
| 15 | 6,94 | 45 | 5,698 | 75 | 6,393 |
| 16 | 6,468 | 46 | 6,644 | 76 | 7,411 |
| 17 | 6,461 | 47 | 6,796 |  |  |
| 18 | 6,345 | 48 | 6,805 |  |  |
| 19 | 6,869 | 49 | 6,232 |  |  |
| 20 | 6,987 | 50 | 6,287 |  |  |
| 21 | 6,39 | 51 | 6,293 |  |  |
| 22 | 6,194 | 52 | 5,924 |  |  |
| 23 | 6,584 | 53 | 5,687 |  |  |
| 24 | 6,421 | 54 | 5,738 |  |  |
| 25 | 6,746 | 55 | 6,324 |  |  |
| 26 | 6,966 | 56 | 5,868 |  |  |
| 27 | 6,467 | 57 | 6,079 |  |  |
| 28 | 6,137 | 58 | 6,212 |  |  |
| 29 | 6,554 | 59 | 6,533 |  |  |
| 30 | 10,113 | 60 | 6,169 |  |  |

## Первичная обработка результатов измерений

### Построение вариационного ряда

Строим дискретный вариационный ряд на основе исходной выборки, т.е. упорядочиваем элементы выборки *x*1, …, *x*n в порядке неубывания. Полученный вариационный ряд представлен в *Таблице 2*.

Таблица 2

| №  измерения | Практически значимая величина Время работы цикла, с. | №  измерения | Практически значимая величина Время работы цикла, с. | №  измерения | Практически значимая величина Время работы цикла, с. |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 5,687 | 31 | 6,39 | 61 | 6,942 |
| 2 | 5,698 | 32 | 6,391 | 62 | 6,957 |
| 3 | 5,738 | 33 | 6,393 | 63 | 6,966 |
| 4 | 5,82 | 34 | 6,421 | 64 | 6,987 |
| 5 | 5,848 | 35 | 6,439 | 65 | 7,006 |
| 6 | 5,868 | 36 | 6,443 | 66 | 7,029 |
| 7 | 5,903 | 37 | 6,447 | 67 | 7,031 |
| 8 | 5,924 | 38 | 6,461 | 68 | 7,067 |
| 9 | 6,001 | 39 | 6,467 | 69 | 7,091 |
| 10 | 6,026 | 40 | 6,468 | 70 | 7,144 |
| 11 | 6,038 | 41 | 6,533 | 71 | 7,345 |
| 12 | 6,079 | 42 | 6,554 | 72 | 7,411 |
| 13 | 6,13 | 43 | 6,584 | 73 | 8,177 |
| 14 | 6,136 | 44 | 6,608 | 74 | 8,358 |
| 15 | 6,137 | 45 | 6,64 | 75 | 9,826 |
| 16 | 6,169 | 46 | 6,644 | 76 | 10,113 |
| 17 | 6,173 | 47 | 6,672 |  |  |
| 18 | 6,194 | 48 | 6,746 |  |  |
| 19 | 6,212 | 49 | 6,771 |  |  |
| 20 | 6,232 | 50 | 6,79 |  |  |
| 21 | 6,252 | 51 | 6,796 |  |  |
| 22 | 6,268 | 52 | 6,799 |  |  |
| 23 | 6,287 | 53 | 6,803 |  |  |
| 24 | 6,293 | 54 | 6,805 |  |  |
| 25 | 6,317 | 55 | 6,81 |  |  |
| 26 | 6,324 | 56 | 6,83 |  |  |
| 27 | 6,328 | 57 | 6,86 |  |  |
| 28 | 6,345 | 58 | 6,869 |  |  |
| 29 | 6,372 | 59 | 6,876 |  |  |
| 30 | 6,373 | 60 | 6,94 |  |  |

### Исключение грубых ошибок измерений

Выполним проверку выборки измерений на наличие грубых ошибок измерений на основе двух методов – приближенного и точного.

*Метод 1. Приближенный (логический) метод*

Сначала выполним проверку максимального элемента выборки по формулам:

если (*x*(*n*)*- x*(*n-*1)) <  *l*, то *x*(*n*)– не является грубой ошибкой,

если (*x*(*n*)*- x*(*n-*1))   *l,* то *x*(*n*)– грубая ошибка, которая исключается из выборки.

В соответствии с приближенным методом для выявления грубых ошибок вычислим расстояние *l=x*(*75*)*-x*(2) = 9,826-5,698=4,128.

Сравним расстояние между последним (максимальным) элементом *x*max *= x*(*76*)= 10,113 и предпоследним *x*(*75*) *=* 9,826 с вычисленным расстоянием *l* = 4,128: 10,113 *–* 9,826 = 0,287.

Так как 0,287 < 4,128, следовательно, элемент *x*(*76*)= 10,113 не является грубой ошибкой и остается в выборке.

Теперь, после проверки на грубую ошибку максимального элемента, выборка не изменилась. Далее необходимо аналогично проверить на грубую ошибку элемент *x*min *= x*(1)= 5,687- (минимальный) элемент вариационного ряда по формулам:

если (*x*(2)*- x*(1)) <  *l*, то *x*(1)– не является грубой ошибкой,

если (*x*(2)*- x*(1))   *l,* то *x*(1)– грубая ошибка, которая исключается из выборки.

Расстояние *l* = *x*(*75*)*-x*(2) = 9,826-5,698=4,128. Рассчитаем расстояние *x*(2)*- x*(1) = 5,698– 5,687= 0,011.

Так как 0,011 < 4,128, следовательно, элемент *x*min *= x*(1)= 5,687 не является грубой ошибкой и остается в выборке. По этому приближенному методу выборка остаётся прежней.

*Метод 2. Точный (счетный) метод*

Выполним проверку выборки на наличие грубых ошибок измерений на основе точного (счетного) метода. Для этого:

1. На основе данных об уровне значимости *α* = 0,01 и начальном объеме выборки *n*=76(50) из таблицы Приложения 11 по входам *n* и *α* выбираем значение параметра *t*α = 3,37.

**2.** Определим значения минимального и максимального элементов выборки, подлежащие проверке:

*x*(1) = *x*min = 5,687,

*x*(76) = *x*max = 10,113.

3. Находим выборочное среднее: == 6,63.

4. Находим значение параметра *s: s* = = 0,7383.

5. Выполняем проверку минимального элемента вариационного ряда на грубую ошибку:

Сравним *x*min\*=- *st*α=4,141929 c *x*min=5,687, *x*min>-*st*α, следовательно, *х*min=5,687 не является грубой ошибкой.

6. Выполняем проверку максимального элемента вариационного ряда на грубую ошибку:

Сравним *x*max\*=+*st*α =9,118071 с *x*max=10,113, *x*max > +stα, следовательно, *x*max=10,113 является грубой ошибкой и исключается из выборки.

Вплоть до 72 элемента не включительно приходится исключать элементы выборки. В конечном счете получаем:

*x*(1) = *x*min = 5,687,

*x*(72) = *x*max = 7,411.

== 6,492.

*s* = = 0,4304

*x*min\*=- *st*α= 4,948671 c *x*min=5,687, *x*min>-*st*α, следовательно, *х*min=5,687 не является грубой ошибкой.

*x*max\*=+*st*α = 7,942229 с *x*max= 7,411, *x*max < +stα, следовательно, *x*max=10,113 не является грубой ошибкой и остается в выборке.

Расчеты по данному алгоритму приведены в Приложении 1.

Таким образом, грубые ошибки были исключены из выборки. Заканчиваем их поиск.

После выполнения алгоритма выявления грубых ошибок объем выборки стал: *n*=72. и *s* изменились. Вариационный ряд изменился.



### Построение статистических оценок математического ожидания и дисперсии

Расчет реализаций точечных оценок параметров распределения

Рассчитаем реализацию точечной оценки *математического ожидания* (выборочное среднее):

= =6,492.

Если математическое ожидание m неизвестно, то в качестве математического ожидания берется его точечная оценка (выборочное среднее). Рассчитаем реализацию точечной оценки *дисперсии* (исправленную выборочную дисперсию)*:*

 = = 0,1853.

Расчет интервальных оценок параметров распределения

Доверительная вероятность, с которой доверительный интервал накроет истинное значение параметра закона распределения случайной величины:

β =1 – α = 0,99.

Рассчитаем границы доверительного интервала для *математического ожидания*.

Реализация точечной оценки математического ожидания известна (рассчитана в предыдущем пункте).

Из таблиц распределения Стьюдента по значениям *k*=(*n*-1)=71 и α =0,01 находим значение :

=2,6469.

Границы доверительного интервала для *математического ожидания* :

= = 6,3564,

=  = 6,6269.

Полученный доверительный интервал для математического ожидания:

 = (6,3564; 6,6269).

Рассчитаем границы доверительного интервала для *дисперсии*.

Рассчитаем значения:

= 0,005 , = 0,995.

Из таблицы  - распределения, по входам *k*=(*n–*1)=71 и =0,005, *k*=(*n -*1) = 71 и =0,995 найдем значения критических точек  и :

 = 105,4323,

 = 44,0584365.

Границы доверительного интервала рассчитаем по формулам:

= 0,1265,

= 0,3028.

Полученный доверительный интервал для дисперсии:

 = (0,1265; 0,3028).

Расчёты данного раздела приведены в Приложении 3.

### Построение интервального статистического ряда

Находим размах выборки:

*r* =*х*max- *x*min=7,411- 5,687= 1,724.

Находим количество разрядов (интервалов) *q*= ≈ 8, длину интервала делаем одинаковой:

*l*i = *r/q* = 1,724/ 8 =0,2155.

Выделяем представителей разрядов ** и подсчитываем число элементов выборки *n*j, попавших в *j*-й разряд (интервал). Рассчитываем относительную частоту попадания элементов в разряды, т. е. относительные частоты разрядов *p*j\* статистического ряда:

*p*j\* = *n*j / *n* , (*j*=).

На основе относительных частот рассчитываем плотность относительной частоты для каждого разряда по формуле:

= , (*j*=),

здесь  – длина *j*-го разряда.

Расчеты и контроль правильности расчетов приведены в Приложении 2. Результаты расчетов занесем в *Таблицу 3.*

Таблица 3

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер интервала | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Границы интервалов | 5,687;  5,9025 | 5,9025;  6,118 | 6,118;  6,3335 | 6,3335;  6,549 | 6,549;  6,7645 | 6,7645;  6,98 | 6,98;  7,1955 | 7,1955;  7,411 |
| Длина интервала | 0,2155 | 0,2155 | 0,2155 | 0,2155 | 0,2155 | 0,2155 | 0,2155 | 0,2155 |
| Частота интервала | 6 | 6 | 15 | 14 | 7 | 15 | 7 | 2 |
| Относительная частота интервалов | 0,08333 | 0,08333 | 0,20833 | 0,19444 | 0,09722 | 0,20833 | 0,09722 | 0,02777 |
| Плотность относительной частоты | 0,37878 | 0,37878 | 0,94697 | 0,88383 | 0,44191 | 0,94697 | 0,44191 | 0,12626 |
| Середина интервала | 5,7925 | 6,008 | 6,2235 | 6,439 | 6,6545 | 6,87 | 7,0855 | 7,301 |

### Построение статистических оценок функции распределения

Статистическая функция распределения

Реализация статистической функции распределения *F*\*(*x*) рассчитывается по формуле:

*F*\*(*x*) = 

где - число вариантов вариационного ряда (значений с учетом кратности, т.е. количества повторений), расположенных левее *x* (включая точку *x*), *n* – объем выборки.

Таким образом, график статистической функции распределения будет иметь следующий вид:



Рис.1 «График статистической функции распределения»

Данные для построения статистической функции распределения приведены в Приложении 5.

Кумулятивная ломаная

Кумулятивную ломаную (вторую оценку функции распределения) строим по формулам:

*F\*\** (*x*) *=* 0,

*F\*\** (*x*) *= p*,

*F\*\** (*x*) *= p + p*,

*……………………*

*F\*\** (*x*) *= p + p+ … + p*, где *=*1.

Таблица 4

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер интервала | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Границы интервалов | 5,687;  5,9025 | 5,9025;  6,118 | 6,118;  6,3335 | 6,3335;  6,549 | 6,549;  6,7645 | 6,7645;  6,98 | 6,98;  7,1955 | 7,1955;  7,411 |
| Относительная частота интервалов | 0,08333 | 0,08333 | 0,20833 | 0,19444 | 0,09722 | 0,20833 | 0,09722 | 0,02777 |
| F\*\*(x) | 0,08333 | 0,16666 | 0,375 | 0,56944 | 0,66666 | 0,875 | 0,97222 | 1 |

Таким образом, график кумулятивной ломаной будет иметь следующий вид:

  
Рис.2 «График комулятивной ломаной»

### Статистические оценки плотности распределения

Гистограммы относительных частот f\*(x) и полигона частот f\*\*(x)

Построим гистограмму на основе относительных частот.

Основаниями прямоугольников, из которых состоит гистограмма, служат интервалы длиной lj и высотой f\*j.

Таким образом, гистограмма относительных частот строится следующим образом: на оси *Оx* отложим длины разрядов и на них, как на основаниях, построим прямоугольники, имеющие площадь *p*\*j и высоту равную *f*\*j.

Гистограмма изображена ниже:

Используем данные из табл. 3. “Статистический ряд” для построения оценок плотности распределения *f*(*x*).

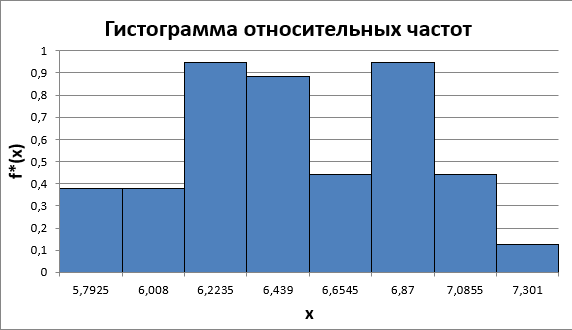


Рис.3. «Гистограмма относительных частот»

Существует еще один способ построения гистограммы, основанный на абсолютных частотах интервального ряда. Аналогично первому способу отложим на оси ОХ разряды (границы интервалов) из таблицы статистического ряда и на каждом *i*-ом интервале построим прямоугольник высотой yi: yi=nj. Данная гистограмма приведена на рис.4.



Рис.4. «Гистограмма, построенная по частотам nj»

Данные для построения плотности распределения приведены в Приложении 2 (Интервальная таблица).

Полигон частот

Построим полигон частот (сглаженную гистограмму) – вторую оценку плотности распределения *f*(*x*). Полигон относительных частот строится по точкам (, ), *j*= (см. рис. 5).



Рис.5. «Полигон относительных частот»

Полигон частот строим по точкам, координаты которых равны (, *n*j), *j*= (см. рис. 6).



Рис.6. «Оценка плотности распределения по относительным частотам»

# Проверка статистических гипотез о законе распределения СВ

## Расчёты для проверки критерия согласия χ2 Пирсона

Критерием согласия χ2 Пирсона называют критерий проверки гипотезы о предполагаемой плотности распределения *f*(*x*)*.*

В качестве оценок параметров нормального закона примем точечные оценки для математического ожидания и дисперсии:

**=6,491639, **=0,18528.

Алгоритм проверки гипотезы:

1. Провести измерения *X* и получить выборку *x*n;
2. Построить вариационный ряд;
3. Исключить грубые ошибки;
4. Определить число интервалов ;
5. Определить границы интервалов;
6. Определить количество элементов попадающих в интервал;
7. Задать гипотезу о плотности распределения *f0*(*x*);
8. Определить вероятность попадания случайной величины в полуинтервал (*xj-1;xj*), равную pj:

j, где - середина *l*j, а *l*j– длина интервала.

1. Рассчитать значение реализации статистики проверки гипотезы:

, где *q* –количество интервалов;

1. Задать уровень значимости α*;*
2. С помощью таблиц распределения  Пирсона, по входам α и *k*=*q*-*r*-1 определить, здесь *r* – количество параметров предполагаемого закона распределения;
3. Принять или отклонить гипотезу по правилу:

если <, гипотеза принимается

если >, гипотеза отклоняется

Расчет значения функции *f*0(*x*) будем проводить по формуле:

,

используя при этом встроенную функцию MS Excel НОРМ.РАСП, параметры которой соответственно равны значению *,* точечной оценке математического ожидания , точечной оценке среднеквадратического отклонения , четвертый параметр равен 0, что соответствует возвращению функцией значения плотности распределения нормального закона распределения.

Зададим вероятность, *а*=0,01 практически невозможного события, заключающегося в том, что сумма относительных отклонений оценки плотности распределения от значения функции плотности распределения, принятой в качестве гипотезы, не превзойдет значения  . Если выполняется условие: <, то гипотеза принимается.

Значение параметра , возьмем из таблицы распределения **2 Пирсона, исходя из значений вероятности a и числа степеней свободы k=q-r-1, где r- количество параметров предполагаемого закона распределения. Нормальный закон распределения двухпараметрический (m, σ2), следовательно, r=2, k=q-r-1=8-2-1=5. На пересечении 5-ой строки и столбца *а*=0,01 Приложения 9. Критические точки распределения Хи–квадрат, находим значение критической точки =15,08627247.

После расчета реализации статистики проверки статистической гипотезы о нормальном распределении (наблюдаемого значения критерия), получили набл=8,721680301, которое не превышает значение параметра =15,08627247. Следовательно, гипотеза о нормальном распределении случайной выборки принимается.

Результаты расчетов приведены в Приложении 4.

## Расчёты для проверки критерия согласия Колмогорова

Критерий Колмогорова позволяет проверить гипотезу о виде функции распределения случайной величины и ее параметрах. Выдвинем следующую гипотезу: случайная величина распределена по нормальному закону с параметрами:

= 6,491639 и =0,430442.

В качестве значений параметров берем рассчитанные ранее значения реализаций точечных оценок этих параметров.

Рассчитаем значение реализации статистики проверки гипотезы *t*:

 , где *x*i –элемент выборки, .

Расчет значения функции F0(x) можно осуществлять по формуле:

 ,

используя при этом встроенную функцию MS Excel НОРМ.РАСП, параметры которой соответственно равны значению *xi,* точечной оценке математического ожидания , точечной оценке среднеквадратического отклонения , значение четвертого параметра равно 1, что соответствует возвращению встроенной функцией значения функции распределения нормального закона.

Результаты расчётов приведены в Приложении 5.

Алгоритм проверки гипотезы:

1. Провести измерения *Х* и получить выборку *х*n;
2. Построить вариационный ряд;
3. Исключить грубые ошибки;
4. Построить статистическую функцию распределения *F*\*(x), учитывая кратность элементов вариационного ряда;
5. Задать гипотезу, что *F*0(x) есть функция распределения *Х*;
6. Подсчитать *t*, при этом для вычисления значений функции распределения *F*0(*x*) требуется нормализовать выборку значений случайной величины *Х*, т.е. перейти к случайной величине *Y*, которая является нормированной случайной величиной *Х*: *y*i=(xi-)/ *s*;
7. Задать *а* и с помощью таблицы Колмогорова найти *t*α;
8. Принять или отклонить гипотезу;

Зададим вероятность *а*=0,01 практически невозможного события, заключающегося в том, что оценка функции распределения отклонится от значения функции принятой в качестве гипотезы, на величину большую, чем *t*α P(.

Если выполняется условие: *t* < *t*α, то гипотеза принимается.

Значение параметра *t*α возьмем из таблицы Колмогорова, исходя из значений вероятности *а*=0,01 и объема выборки *n*=72: *t*α=0,22604.

Приведем пример расчета для *x*1=*xmin*=5,687.

Сначала исходная точка нормируется по формуле:

y1 = (*x*1-)/*s*=(5,687-6,492) / 0,4304= -1,87035316, (y1< 0).

Дальше из таблицы значений функции Лапласа (см. Приложение 8. Таблица значений функции Φ(*x*) = ) по значению аргумента -1,87035316 находим значение функции Лапласа, равное -0,469282604, при этом учитываем, что функция Лапласа обладает свойством Φ(-*x*)= -Φ(*x*), то есть выбирается значение 0,4693 для точки 1,87035316=1,87 (значение точки при этом округляем).

Далее находим значение гипотетической функции распределения *F*o(*x*) по формуле, (нормированное значение y1< 0):

*F*o(*x*1) = 0,5 - 0,4693 = 0,0968.

Таким образом рассчитываются значения гипотетической функции распределения *F*o(*x*) для последующих точек вариационного ряда до 41-го значения, равного 6,533. Приведем расчет для этой точки:

Сначала исходная точка 6,533 нормируется по формуле:

y51 = (*x*51-)/*s*=(6,533-6,492) / 0,4304= 0,095260223, (y51>0).

В результате нормировки получаем положительное значение 0,095260223.

Дальше из таблицы значений функции Лапласа (см. Приложение 8) по значению аргумента 0,095260223 (округленно до 0) находим значение функции Лапласа, равное 0,000.

Далее находим значение гипотетической функции распределения *F*o(*x*51) по формуле (нормированное значение y51>0):

*F*o(*x*41) = 0,5 + 0,000 = 0,5.

Таким образом проводим расчет для всех оставшихся точек вариационного ряда. Сводим все расчеты в таблицу Приложения 6, в которой для каждого элемента вариационного ряда по строке рассчитывается (по абсолютной величине) разность между значением статистической функции распределения (первой оценки функции распределения) и значением гипотетической функции распределения, то есть значением функции распределения нормального закона, который выдвигается в качестве гипотезы. Расчеты отклонений заносятся в столбец *|F\**(*x*)*-F*o(*x*)*|*, а затем по столбцу выбирается максимальное отклонение. В рассматриваемом примере оно равно 0,07778988.

После выполнения всех расчетов по алгоритму проверки гипотезы о функции распределения по критерию Колмогорова получили наблюдаемое (расчетное) значение критерия *t*=0,07778988, которое не превышает значение параметра *t*α.= 0,22604. Следовательно, гипотеза о нормальном распределении случайной выборки принимается.

# Выводы

В качестве исследуемой случайной величины была выбрано время выполнения цикла по заполнению статического массива размером 50 млн. ячеек псевдослучайными числами библиотеки <cstdlib> на языке программирования C++. В соответствии с вариантом проводилось 76 измерений, уровень значимости α = 0,01. Единица измерений – секунда.

В результате выполненных расчётов было установлено следующее:

1. При проведении опыта были выявлены грубые ошибки измерения.
2. Точечные оценки математического ожидания и дисперсии исследуемой случайной величины соответственно равны:

=6,491639; =0,18528.

3. В результате проведенной проверки соответствия закона распределения случайной величины – время заполнения массива – нормальному закону, было установлено, что с вероятностью = 0,99 практически достоверного события выборочные данные по критерию Пирсона согласуются и по критерию Колмогорова так же согласуются с гипотезой о нормальном законе распределения исследуемого показателя. Несмотря на то, что Критерий Колмогорова более точный, для окончательных выводов необходимо провести дополнительные измерения случайной величины и выполнить проверку гипотезы еще раз на основе других выборочных данных.

# Conclusions

As the random variable under study, the execution time of the cycle of filling a static array of 50 million cells in size with pseudo-random numbers of the <cstdlib> library in the C++ programming language was chosen. According to the variant, 76 measurements were carried out, the significance level α = 0.01. The unit of measure is the second.

As a result of the calculations, the following was established:

1. During the experiment, gross measurement errors were revealed.

2. Point estimates of the mathematical expectation and variance of the random variable under study are:

=6,491639; =0,18528.

1. As a result of the verification of the correspondence of the distribution law of a random variable – the time of filling the array – to the normal law, it was found that with a probability = 0.99 of an almost reliable event, the sample data according to the Pearson criterion are consistent and according to the Kolmogorov criterion are also consistent with the hypothesis of the normal distribution law of the studied indicator. Despite the fact that Kolmogorov's Criterion is more accurate, for final conclusions it is necessary to carry out additional measurements of a random variable and to test the hypothesis again on the basis of other sample data.

# Список литературы

1. Нейман, Ю. Вводный курс теории вероятностей и математической статистики [Текст] / Пер. с. англ. Н. М. Митрофановой и А. П. Хусу ; Под ред. акад. Ю. В. Линника. - Москва : Наука, 1968. - 448 с. : черт.; 20 см.
2. Роднищев Н.Е. Теория вероятностей : учеб. пособие/ Н. Е. Роднищев; Мин-во образ-я и науки РФ, ФГБОУ ВПО КНИТУ-КАИ им. А.Н. Туполева. -Казань: Изд-во КНИТУ-КАИ, 2014. – 136 с.
3. Сидняев, Н. И. Теория планирования эксперимента и анализ статистических данных : учеб. пособие для магистров / Н. И. Сидняев. – М. : Юрайт, 2012. – 399 с.
4. Буре, В.М. Теория вероятностей и математическая статистика. [Электронный ресурс] : Учебники / В.М. Буре, Е.М. Парилина. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2013. — 416 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/book/10249.
5. Гусак, А.А. Теория вероятностей: справочное пособие к решению задач / А.А. Гусак, Е.А. Бричикова. – Минск : ТетраСистемс, 2008.
6. William Feller. An Introduction to Probability Theory and Its Applications, Volume 1. January 15th 1968 by Wiley. – 528.
7. Sheldon M. Ross. A First Course in Probability. May 28th 2005 by Prentice Hall. – 576.
8. Kai Chung. A Course in Probability Theory 2nd Edition. Academic Press. 28th June 2014 – 365.

# Приложения

Приложение 1. Исключение грубых ошибок

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | xi | | | ( xi – x ср)2 | | | | |  | | | | № | | | | | xi | | | | | ( xi – x ср)2 | | | | |
| 1 | 5,687 | | | 0,889050485 | | | | |  | | | | 44 | | | | | 6,608 | | | | | 0,00047938 | | | | |
| 2 | 5,698 | | | 0,868427801 | | | | |  | | | | 45 | | | | | 6,64 | | | | | 0,000102116 | | | | |
| 3 | 5,738 | | | 0,795476222 | | | | |  | | | | 46 | | | | | 6,644 | | | | | 0,000198958 | | | | |
| 4 | 5,82 | | | 0,655929485 | | | | |  | | | | 47 | | | | | 6,672 | | | | | 0,001772853 | | | | |
| 5 | 5,848 | | | 0,61135938 | | | | |  | | | | 48 | | | | | 6,746 | | | | | 0,013480432 | | | | |
| 6 | 5,868 | | | 0,58048359 | | | | |  | | | | 49 | | | | | 6,771 | | | | | 0,019910695 | | | | |
| 7 | 5,903 | | | 0,528375958 | | | | |  | | | | 50 | | | | | 6,79 | | | | | 0,025633695 | | | | |
| 8 | 5,924 | | | 0,49828738 | | | | |  | | | | 51 | | | | | 6,796 | | | | | 0,027590958 | | | | |
| 9 | 6,001 | | | 0,39550859 | | | | |  | | | | 52 | | | | | 6,799 | | | | | 0,02859659 | | | | |
| 10 | 6,026 | | | 0,364688853 | | | | |  | | | | 53 | | | | | 6,803 | | | | | 0,029965432 | | | | |
| 11 | 6,038 | | | 0,35033938 | | | | |  | | | | 54 | | | | | 6,805 | | | | | 0,030661853 | | | | |
| 12 | 6,079 | | | 0,303485011 | | | | |  | | | | 55 | | | | | 6,81 | | | | | 0,032437906 | | | | |
| 13 | 6,13 | | | 0,249894748 | | | | |  | | | | 56 | | | | | 6,83 | | | | | 0,040042116 | | | | |
| 14 | 6,136 | | | 0,243932011 | | | | |  | | | | 57 | | | | | 6,86 | | | | | 0,052948432 | | | | |
| 15 | 6,137 | | | 0,242945222 | | | | |  | | | | 58 | | | | | 6,869 | | | | | 0,057171327 | | | | |
| 16 | 6,169 | | | 0,212423958 | | | | |  | | | | 59 | | | | | 6,876 | | | | | 0,060567801 | | | | |
| 17 | 6,173 | | | 0,208752801 | | | | |  | | | | 60 | | | | | 6,94 | | | | | 0,096165274 | | | | |
| 18 | 6,194 | | | 0,190004222 | | | | |  | | | | 61 | | | | | 6,942 | | | | | 0,097409695 | | | | |
| 19 | 6,212 | | | 0,174636011 | | | | |  | | | | 62 | | | | | 6,957 | | | | | 0,106997853 | | | | |
| 20 | 6,232 | | | 0,158320222 | | | | |  | | | | 63 | | | | | 6,966 | | | | | 0,112966748 | | | | |
| 21 | 6,252 | | | 0,142804432 | | | | |  | | | | 64 | | | | | 6,987 | | | | | 0,127524169 | | | | |
| 22 | 6,268 | | | 0,130967801 | | | | |  | | | | 65 | | | | | 7,006 | | | | | 0,141455169 | | | | |
| 23 | 6,287 | | | 0,117576801 | | | | |  | | | | 66 | | | | | 7,029 | | | | | 0,159285011 | | | | |
| 24 | 6,293 | | | 0,113498064 | | | | |  | | | | 67 | | | | | 7,031 | | | | | 0,160885432 | | | | |
| 25 | 6,317 | | | 0,097903116 | | | | |  | | | | 68 | | | | | 7,067 | | | | | 0,191061011 | | | | |
| 26 | 6,324 | | | 0,09357159 | | | | |  | | | | 69 | | | | | 7,091 | | | | | 0,212618064 | | | | |
| 27 | 6,328 | | | 0,091140432 | | | | |  | | | | 70 | | | | | 7,144 | | | | | 0,264304222 | | | | |
| 28 | 6,345 | | | 0,081165011 | | | | |  | | | | 71 | | | | | 7,345 | | | | | 0,511375537 | | | | |
| 29 | 6,372 | | | 0,066509695 | | | | |  | | | | 72 | | | | | 7,411 | | | | | 0,610125432 | | | | |
| 30 | 6,373 | | | 0,065994906 | | | | |  | | | | 73 | | | | | 8,177 | | | | | 2,393534695 | | | | |
| 31 | 6,39 | | | 0,057549485 | | | | |  | | | | 74 | | | | | 8,358 | | | | | 2,986347801 | | | | |
| 32 | 6,391 | | | 0,057070695 | | | | |  | | | | 75 | | | | | 9,826 | | | | | 10,21508885 | | | | |
| 33 | 6,393 | | | 0,056119116 | | | | |  | | | | 76 | | | | | 10,113 | | | | | 12,13202227 | | | | |
| 34 | 6,421 | | | 0,043637011 | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | | | | |
| 35 | 6,439 | | | 0,036440801 | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | | | | |
| 36 | 6,443 | | | 0,034929643 | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | | | | |
| 37 | 6,447 | | | 0,033450485 | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | | | | |
| 38 | 6,461 | | | 0,028525432 | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | | | | |
| 39 | 6,467 | | | 0,026534695 | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | | | | |
| 40 | 6,468 | | | 0,026209906 | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | | | | |
| 41 | 6,533 | | | 0,00938859 | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | | | | |
| 42 | 6,554 | | | 0,005760011 | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | | | | |
| 43 | 6,584 | | | 0,002106327 | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | | | | |
| Итерация №1 |  | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| x ср = | 6,629895 | | |  | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | | | | |
| *S =* | 0,738303 | | |  | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | | | | |
| ta = | 3,37 | | |  | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | | | | |
|  |  | | |  | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | | | | |
|  | x max = | | | 10,113 | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | | | | |
|  | x min = | | | 5,687 | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | | | | |
|  |  | | |  | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | | | | |
| x min > x ср - Sta | | | | | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | | | | |
|  | 5,687> 4,141929-> x min - не является грубой ошибкой | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  |  | | |  | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | | | | |
| x max < x ср + Sta | | | | | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | | | | |
|  | 10,113>9,118071 -> x max - является грубой ошибкой | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Итерация №2 |  | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| x ср = | 6,583453 | | | |  | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | | | |
| *S =* | 0,623307 | | | |  | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | | | |
| ta = | 3,37 | | | |  | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | | | |
|  |  | | | |  | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | | | |
|  | x max = | | | | 9,826 | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | | | |
|  | x min = | | | | 5,687 | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | | | |
|  |  | | | |  | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | | | |
| x min > x ср - Sta | | | | | | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | | | |
|  | 5,687> 4,482908-> x min - не является грубой ошибкой | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  |  | | | |  | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | | | |
| x max < x ср + Sta | | | | | | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | | | |
|  | 9,826>8,683999-> x max - является грубой ошибкой | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Итерация №3 |  | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| x ср = | 6,539635 | | | | |  | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | | |
| *S =* | 0,503886 | | | | |  | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | | |
| ta = | 3,37 | | | | |  | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | | |
|  |  | | | | |  | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | | |
|  | x max = | | | | | 8,358 | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | | |
|  | x min = | | | | | 5,687 | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | | |
|  |  | | | | |  | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | | |
| x min > x ср - Sta | | | | | | | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | | |
|  | 5,687> 4,841539-> x min - не является грубой ошибкой | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  |  | | | | |  | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | | |
| x max < x ср + Sta | | | | | | | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | | |
|  | 8,358>8,237731-> x max - является грубой ошибкой | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Итерация №4 | |  | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| x ср = | | 6,515 | | | | |  | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | |
| *S =* | | 0,4647 | | | | |  | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | |
| ta = | | 3,37 | | | | |  | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | |
|  | |  | | | | |  | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | |
|  | | x max = | | | | | 8,177 | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | |
|  | | x min = | | | | | 5,687 | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | |
|  | |  | | | | |  | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | |
| x min > x ср - Sta | | | | | | | | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | |
|  | | 5,687> 4,841539-> x min - не является грубой ошибкой | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  | |  | | | | |  | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | |
| x max < x ср + Sta | | | | | | | | | | | |  | | | |  | | | | |  | | | | |  | |
|  | | 8,177>8,080781-> x max - является грубой ошибкой | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Итерация №5 | | |  | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| x ср = | | | 6,492 | | | | |  | | | | | | |  | |  | | | | |  | | | | |  |
| *S =* | | | 0,4304 | | | | |  | | | | | | |  | |  | | | | |  | | | | |  |
| ta = | | | 3,37 | | | | |  | | | | | | |  | |  | | | | |  | | | | |  |
|  | | |  | | | | |  | | | | | | |  | |  | | | | |  | | | | |  |
|  | | | x max = | | | | | 7,411 | | | | | | |  | |  | | | | |  | | | | |  |
|  | | | x min = | | | | | 5,687 | | | | | | |  | |  | | | | |  | | | | |  |
|  | | |  | | | | |  | | | | | | |  | |  | | | | |  | | | | |  |
| x min > x ср - Sta | | | | | | | | | | | | | | |  | |  | | | | |  | | | | |  |
|  | | | 5,687> 5,041049-> x min - не является грубой ошибкой | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  | | |  | | | | |  | | | | | | |  | |  | | | | |  | | | | |  |
| x max < x ср + Sta | | | | | | | | | | | | | | |  | |  | | | | |  | | | | |  |
|  | | | 7,411<7,942229-> x max – не является грубой ошибкой | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Приложение 2. Интервальная таблица

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер интервала | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Границы интервалов | 5,687;  5,9025 | 5,9025;  6,118 | 6,118;  6,3335 | 6,3335;  6,549 | 6,549;  6,7645 | 6,7645;  6,98 | 6,98;  7,1955 | 7,1955;  7,411 |
| Длина интервала | 0,2155 | 0,2155 | 0,2155 | 0,2155 | 0,2155 | 0,2155 | 0,2155 | 0,2155 |
| Частота интервала | 6 | 6 | 15 | 14 | 7 | 15 | 7 | 2 |
| Относительная частота интервалов | 0,08333 | 0,08333 | 0,20833 | 0,19444 | 0,09722 | 0,20833 | 0,09722 | 0,02777 |
| Плотность относительной частоты | 0,37878 | 0,37878 | 0,94697 | 0,88383 | 0,44191 | 0,94697 | 0,44191 | 0,12626 |
| Середина интервала | 5,7925 | 6,008 | 6,2235 | 6,439 | 6,6545 | 6,87 | 7,0855 | 7,301 |
| F\*\*(x) | 0,08333 | 0,16666 | 0,375 | 0,56944 | 0,66666 | 0,875 | 0,97222 | 1 |

Приложение 3. Точечные и интервальные оценки математического ожидания и дисперсии

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | xi | ( xi – x ср)2 |  | № | xi | ( xi – x ср)2 |
| 1 | 5,687 | 0,889050485 |  | 44 | 6,608 | 0,00047938 |
| 2 | 5,698 | 0,868427801 |  | 45 | 6,64 | 0,000102116 |
| 3 | 5,738 | 0,795476222 |  | 46 | 6,644 | 0,000198958 |
| 4 | 5,82 | 0,655929485 |  | 47 | 6,672 | 0,001772853 |
| 5 | 5,848 | 0,61135938 |  | 48 | 6,746 | 0,013480432 |
| 6 | 5,868 | 0,58048359 |  | 49 | 6,771 | 0,019910695 |
| 7 | 5,903 | 0,528375958 |  | 50 | 6,79 | 0,025633695 |
| 8 | 5,924 | 0,49828738 |  | 51 | 6,796 | 0,027590958 |
| 9 | 6,001 | 0,39550859 |  | 52 | 6,799 | 0,02859659 |
| 10 | 6,026 | 0,364688853 |  | 53 | 6,803 | 0,029965432 |
| 11 | 6,038 | 0,35033938 |  | 54 | 6,805 | 0,030661853 |
| 12 | 6,079 | 0,303485011 |  | 55 | 6,81 | 0,032437906 |
| 13 | 6,13 | 0,249894748 |  | 56 | 6,83 | 0,040042116 |
| 14 | 6,136 | 0,243932011 |  | 57 | 6,86 | 0,052948432 |
| 15 | 6,137 | 0,242945222 |  | 58 | 6,869 | 0,057171327 |
| 16 | 6,169 | 0,212423958 |  | 59 | 6,876 | 0,060567801 |
| 17 | 6,173 | 0,208752801 |  | 60 | 6,94 | 0,096165274 |
| 18 | 6,194 | 0,190004222 |  | 61 | 6,942 | 0,097409695 |
| 19 | 6,212 | 0,174636011 |  | 62 | 6,957 | 0,106997853 |
| 20 | 6,232 | 0,158320222 |  | 63 | 6,966 | 0,112966748 |
| 21 | 6,252 | 0,142804432 |  | 64 | 6,987 | 0,127524169 |
| 22 | 6,268 | 0,130967801 |  | 65 | 7,006 | 0,141455169 |
| 23 | 6,287 | 0,117576801 |  | 66 | 7,029 | 0,159285011 |
| 24 | 6,293 | 0,113498064 |  | 67 | 7,031 | 0,160885432 |
| 25 | 6,317 | 0,097903116 |  | 68 | 7,067 | 0,191061011 |
| 26 | 6,324 | 0,09357159 |  | 69 | 7,091 | 0,212618064 |
| 27 | 6,328 | 0,091140432 |  | 70 | 7,144 | 0,264304222 |
| 28 | 6,345 | 0,081165011 |  | 71 | 7,345 | 0,511375537 |
| 29 | 6,372 | 0,066509695 |  | 72 | 7,411 | 0,610125432 |
| 30 | 6,373 | 0,065994906 |  |  |  |  |
| 31 | 6,39 | 0,057549485 |  |  |  |  |
| 32 | 6,391 | 0,057070695 |  |  |  |  |
| 33 | 6,393 | 0,056119116 |  |  |  |  |
| 34 | 6,421 | 0,043637011 |  |  |  |  |
| 35 | 6,439 | 0,036440801 |  |  |  |  |
| 36 | 6,443 | 0,034929643 |  |  |  |  |
| 37 | 6,447 | 0,033450485 |  |  |  |  |
| 38 | 6,461 | 0,028525432 |  |  |  |  |
| 39 | 6,467 | 0,026534695 |  |  |  |  |
| 40 | 6,468 | 0,026209906 |  |  |  |  |
| 41 | 6,533 | 0,00938859 |  |  |  |  |
| 42 | 6,554 | 0,005760011 |  |  |  |  |
| 43 | 6,584 | 0,002106327 |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
| x ср = | | 6,492 |  |  |  |  |
| = | | 0,1853 |  |  |  |  |
| S = | | 0,4304 |  | tas = | | 2,6469 |
|  |  |  |  | B = | | 0,99 |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  | m1 = | | 6,3564 |
|  |  |  |  | m2 = | | 6,6269 |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  | a1 = | | 0,005 |
|  |  |  |  | a2 = | | 0,995 |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  | = | | 105,4323 |
|  |  |  |  | = | | 44,0584365 |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  | = | | 0,1265 |
|  |  |  |  | = | | 0,3028 |
|  |  |  |  |  |  |  |

Приложение 4. Критерий χ2 Пирсона

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | xi | x(i+1) | x ср | nj |  |  |  |
| 1 | 5,687 | 5,9025 | 5,79475 | 6 |  | x ср = | 6,492 |
| 2 | 5,9025 | 6,118 | 6,01025 | 6 |  | S = | 0,4304 |
| 3 | 6,118 | 6,3335 | 6,22575 | 15 |  |  |  |
| 4 | 6,3335 | 6,549 | 6,44125 | 14 |  |  |  |
| 5 | 6,549 | 6,7645 | 6,65675 | 7 |  |  |  |
| 6 | 6,7645 | 6,98 | 6,87225 | 15 |  |  |  |
| 7 | 6,98 | 7,1955 | 7,08775 | 7 |  |  |  |
| 8 | 7,1955 | 7,411 | 7,30325 | 2 |  |  |  |
|  |  |  |  | 72 |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | l | fj | pj (= fj \* l) | n\*pj |  | (nj-n\*pj)^2/n\*pj | ∑(nj-n\*pj)^2/n\*pj |
| 1 | 0,2155 | 0,24954755 | 0,0537775 | 3,87197982 |  | 1,169548933 | 8,721680301 |
| 2 | 0,2155 | 0,49543306 | 0,10676582 | 7,6871393 |  | 0,370285863 |  |
| 3 | 0,2155 | 0,76549102 | 0,16496331 | 11,8773586 |  | 0,820964438 |  |
| 4 | 0,2155 | 0,92048915 | 0,19836541 | 14,2823096 |  | 0,00558024 |  |
| 5 | 0,2155 | 0,8614314 | 0,18563847 | 13,3659697 |  | 3,031996235 |  |
| 6 | 0,2155 | 0,62740241 | 0,13520522 | 9,73477576 |  | 2,847788892 |  |
| 7 | 0,2155 | 0,35562732 | 0,07663769 | 5,51791349 |  | 0,398081707 |  |
| 8 | 0,2155 | 0,15687997 | 0,03380763 | 2,43414966 |  | 0,077433993 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | t = | 8,721680301 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | ta = | 15,08627247 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  | t < ta , гипотеза принимается | | |  |

Приложение 5. Проверка гипотезы по критерию Колмогорова (НОРМ.РАСП)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № | x | F0(x) | F\*(x) | |F\*(x)-F0(x)| |
| 1 | 5,687 | 0,016828507 | 0,016828507 | 0,016828507 |
| 2 | 5,698 | 0,004755866 | 0,004755866 | 0,004755866 |
| 3 | 5,738 | 0,001767616 | 0,001767616 | 0,001767616 |
| 4 | 5,82 | 0,003666421 | 0,003666421 | 0,003666421 |
| 5 | 5,848 | 0,002154421 | 0,002154421 | 0,002154421 |
| 6 | 5,868 | 0,009778154 | 0,009778154 | 0,009778154 |
| 7 | 5,903 | 0,011643539 | 0,011643539 | 0,011643539 |
| 8 | 5,924 | 0,017643946 | 0,017643946 | 0,017643946 |
| 9 | 6,001 | 0,001976735 | 0,001976735 | 0,001976735 |
| 10 | 6,026 | 0,00057886 | 0,00057886 | 0,00057886 |
| 11 | 6,038 | 0,007026858 | 0,007026858 | 0,007026858 |
| 12 | 6,079 | 0,001968543 | 0,001968543 | 0,001968543 |
| 13 | 6,13 | 0,019596545 | 0,019596545 | 0,019596545 |
| 14 | 6,136 | 0,009635108 | 0,009635108 | 0,009635108 |
| 15 | 6,137 | 0,003594771 | 0,003594771 | 0,003594771 |
| 16 | 6,169 | 0,004265221 | 0,004265221 | 0,004265221 |
| 17 | 6,173 | 0,00681623 | 0,00681623 | 0,00681623 |
| 18 | 6,194 | 0,005650382 | 0,005650382 | 0,005650382 |
| 19 | 6,212 | 0,006222842 | 0,006222842 | 0,006222842 |
| 20 | 6,232 | 0,004885614 | 0,004885614 | 0,004885614 |
| 21 | 6,252 | 0,003114998 | 0,003114998 | 0,003114998 |
| 22 | 6,268 | 0,004179211 | 0,004179211 | 0,004179211 |
| 23 | 6,287 | 0,002514509 | 0,002514509 | 0,002514509 |
| 24 | 6,293 | 0,011421957 | 0,011421957 | 0,011421957 |
| 25 | 6,317 | 0,005070777 | 0,005070777 | 0,005070777 |
| 26 | 6,324 | 0,01296653 | 0,01296653 | 0,01296653 |
| 27 | 6,328 | 0,023413547 | 0,023413547 | 0,023413547 |
| 28 | 6,345 | 0,022541375 | 0,022541375 | 0,022541375 |
| 29 | 6,372 | 0,012582615 | 0,012582615 | 0,012582615 |
| 30 | 6,373 | 0,025579641 | 0,025579641 | 0,025579641 |
| 31 | 6,39 | 0,024222834 | 0,024222834 | 0,024222834 |
| 32 | 6,391 | 0,037210233 | 0,037210233 | 0,037210233 |
| 33 | 6,393 | 0,04929467 | 0,04929467 | 0,04929467 |
| 34 | 6,421 | 0,037735601 | 0,037735601 | 0,037735601 |
| 35 | 6,439 | 0,035113493 | 0,035113493 | 0,035113493 |
| 36 | 6,443 | 0,045320691 | 0,045320691 | 0,045320691 |
| 37 | 6,447 | 0,055523992 | 0,055523992 | 0,055523992 |
| 38 | 6,461 | 0,056487178 | 0,056487178 | 0,056487178 |
| 39 | 6,467 | 0,064826405 | 0,064826405 | 0,064826405 |
| 40 | 6,468 | 0,077789884 | 0,077789884 | 0,077789884 |
| 41 | 6,533 | 0,031498513 | 0,031498513 | 0,031498513 |
| 42 | 6,554 | 0,02606302 | 0,02606302 | 0,02606302 |
| 43 | 6,584 | 0,012591419 | 0,012591419 | 0,012591419 |
| 44 | 6,608 | 0,004877146 | 0,004877146 | 0,004877146 |
| 45 | 6,64 | 0,009526533 | 0,009526533 | 0,009526533 |
| 46 | 6,644 | 0,000873191 | 0,000873191 | 0,000873191 |
| 47 | 6,672 | 0,009327482 | 0,009327482 | 0,009327482 |
| 48 | 6,746 | 0,055787852 | 0,055787852 | 0,055787852 |
| 49 | 6,771 | 0,061027702 | 0,061027702 | 0,061027702 |
| 50 | 6,79 | 0,061205938 | 0,061205938 | 0,061205938 |
| 51 | 6,796 | 0,051671995 | 0,051671995 | 0,051671995 |
| 52 | 6,799 | 0,039944604 | 0,039944604 | 0,039944604 |
| 53 | 6,803 | 0,028921029 | 0,028921029 | 0,028921029 |
| 54 | 6,805 | 0,016457612 | 0,016457612 | 0,016457612 |
| 55 | 6,81 | 0,006111334 | 0,006111334 | 0,006111334 |
| 56 | 6,83 | 0,006088059 | 0,006088059 | 0,006088059 |
| 57 | 6,86 | 0,012062904 | 0,012062904 | 0,012062904 |
| 58 | 6,869 | 0,003910228 | 0,003910228 | 0,003910228 |
| 59 | 6,876 | 0,005589109 | 0,005589109 | 0,005589109 |
| 60 | 6,94 | 0,017703874 | 0,017703874 | 0,017703874 |
| 61 | 6,942 | 0,004890823 | 0,004890823 | 0,004890823 |
| 62 | 6,957 | 0,00109531 | 0,00109531 | 0,00109531 |
| 63 | 6,966 | 0,010382813 | 0,010382813 | 0,010382813 |
| 64 | 6,987 | 0,013941686 | 0,013941686 | 0,013941686 |
| 65 | 7,006 | 0,018970235 | 0,018970235 | 0,018970235 |
| 66 | 7,029 | 0,022741427 | 0,022741427 | 0,022741427 |
| 67 | 7,031 | 0,035781575 | 0,035781575 | 0,035781575 |
| 68 | 7,067 | 0,035224549 | 0,035224549 | 0,035224549 |
| 69 | 7,091 | 0,040335629 | 0,040335629 | 0,040335629 |
| 70 | 7,144 | 0,037124901 | 0,037124901 | 0,037124901 |
| 71 | 7,345 | 0,009857597 | 0,009857597 | 0,009857597 |
| 72 | 7,411 | 0,016371398 | 0,016371398 | 0,016371398 |
|  |  |  |  |  |
|  | | max (|F\*(x)-F0(x)|) = | | 0,07778988 |
|  | |  |  |  |
| x ср = | 6,492 | t набл = | | 0,07778988 |
| S = | 0,4304 |  |  |  |
|  |  | t кр = | | 0,22604 |
|  | t набл < t кр , гипотеза принимается | | | |

##### Приложение 6. Проверка гипотезы по критерию Колмогорова (ф-ция Лапласа)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | x | Ф(y) | | F0(x) | F\*(x) | |F\*(x)-F0(x)| |
| 1 | 5,687 | -0,469282604 | | 0,016828507 | 0,016828507 | 0,016828507 |
| 2 | 5,698 | -0,467466357 | | 0,004755866 | 0,004755866 | 0,004755866 |
| 3 | 5,738 | -0,460100949 | | 0,001767616 | 0,001767616 | 0,001767616 |
| 4 | 5,82 | -0,440778023 | | 0,003666421 | 0,003666421 | 0,003666421 |
| 5 | 5,848 | -0,432709977 | | 0,002154421 | 0,002154421 | 0,002154421 |
| 6 | 5,868 | -0,42644482 | | 0,009778154 | 0,009778154 | 0,009778154 |
| 7 | 5,903 | -0,414421317 | | 0,011643539 | 0,011643539 | 0,011643539 |
| 8 | 5,924 | -0,406532835 | | 0,017643946 | 0,017643946 | 0,017643946 |
| 9 | 6,001 | -0,373023265 | | 0,001976735 | 0,001976735 | 0,001976735 |
| 10 | 6,026 | -0,360532252 | | 0,00057886 | 0,00057886 | 0,00057886 |
| 11 | 6,038 | -0,35424908 | | 0,007026858 | 0,007026858 | 0,007026858 |
| 12 | 6,079 | -0,33136479 | | 0,001968543 | 0,001968543 | 0,001968543 |
| 13 | 6,13 | -0,299847899 | | 0,019596545 | 0,019596545 | 0,019596545 |
| 14 | 6,136 | -0,295920447 | | 0,009635108 | 0,009635108 | 0,009635108 |
| 15 | 6,137 | -0,295261437 | | 0,003594771 | 0,003594771 | 0,003594771 |
| 16 | 6,169 | -0,273512557 | | 0,004265221 | 0,004265221 | 0,004265221 |
| 17 | 6,173 | -0,270705119 | | 0,00681623 | 0,00681623 | 0,00681623 |
| 18 | 6,194 | -0,255650382 | | 0,005650382 | 0,005650382 | 0,005650382 |
| 19 | 6,212 | -0,242333953 | | 0,006222842 | 0,006222842 | 0,006222842 |
| 20 | 6,232 | -0,227107837 | | 0,004885614 | 0,004885614 | 0,004885614 |
| 21 | 6,252 | -0,211448331 | | 0,003114998 | 0,003114998 | 0,003114998 |
| 22 | 6,268 | -0,198623656 | | 0,004179211 | 0,004179211 | 0,004179211 |
| 23 | 6,287 | -0,183070065 | | 0,002514509 | 0,002514509 | 0,002514509 |
| 24 | 6,293 | -0,178088624 | | 0,011421957 | 0,011421957 | 0,011421957 |
| 25 | 6,317 | -0,157848555 | | 0,005070777 | 0,005070777 | 0,005070777 |
| 26 | 6,324 | -0,151855419 | | 0,01296653 | 0,01296653 | 0,01296653 |
| 27 | 6,328 | -0,148413547 | | 0,023413547 | 0,023413547 | 0,023413547 |
| 28 | 6,345 | -0,133652487 | | 0,022541375 | 0,022541375 | 0,022541375 |
| 29 | 6,372 | -0,109804837 | | 0,012582615 | 0,012582615 | 0,012582615 |
| 30 | 6,373 | -0,108912974 | | 0,025579641 | 0,025579641 | 0,025579641 |
| 31 | 6,39 | -0,093667279 | | 0,024222834 | 0,024222834 | 0,024222834 |
| 32 | 6,391 | -0,092765788 | | 0,037210233 | 0,037210233 | 0,037210233 |
| 33 | 6,393 | -0,090961337 | | 0,04929467 | 0,04929467 | 0,04929467 |
| 34 | 6,421 | -0,065513379 | | 0,037735601 | 0,037735601 | 0,037735601 |
| 35 | 6,439 | -0,049002382 | | 0,035113493 | 0,035113493 | 0,035113493 |
| 36 | 6,443 | -0,045320691 | | 0,045320691 | 0,045320691 | 0,045320691 |
| 37 | 6,447 | -0,041635103 | | 0,055523992 | 0,055523992 | 0,055523992 |
| 38 | 6,461 | -0,028709401 | | 0,056487178 | 0,056487178 | 0,056487178 |
| 39 | 6,467 | -0,023159739 | | 0,064826405 | 0,064826405 | 0,064826405 |
| 40 | 6,468 | -0,022234329 | | 0,077789884 | 0,077789884 | 0,077789884 |
| 41 | 6,533 | 0 | | 0,031498513 | 0,031498513 | 0,031498513 |
| 42 | 6,554 | 0,057270314 | | 0,02606302 | 0,02606302 | 0,02606302 |
| 43 | 6,584 | 0,084630803 | | 0,012591419 | 0,012591419 | 0,012591419 |
| 44 | 6,608 | 0,106233965 | | 0,004877146 | 0,004877146 | 0,004877146 |
| 45 | 6,64 | 0,134526533 | | 0,009526533 | 0,009526533 | 0,009526533 |
| 46 | 6,644 | 0,138015697 | | 0,000873191 | 0,000873191 | 0,000873191 |
| 47 | 6,672 | 0,162105259 | | 0,009327482 | 0,009327482 | 0,009327482 |
| 48 | 6,746 | 0,222454519 | | 0,055787852 | 0,055787852 | 0,055787852 |
| 49 | 6,771 | 0,241583258 | | 0,061027702 | 0,061027702 | 0,061027702 |
| 50 | 6,79 | 0,255650382 | | 0,061205938 | 0,061205938 | 0,061205938 |
| 51 | 6,796 | 0,260005328 | | 0,051671995 | 0,051671995 | 0,051671995 |
| 52 | 6,799 | 0,262166826 | | 0,039944604 | 0,039944604 | 0,039944604 |
| 53 | 6,803 | 0,26503214 | | 0,028921029 | 0,028921029 | 0,028921029 |
| 54 | 6,805 | 0,266457612 | | 0,016457612 | 0,016457612 | 0,016457612 |
| 55 | 6,81 | 0,270000223 | | 0,006111334 | 0,006111334 | 0,006111334 |
| 56 | 6,83 | 0,283865837 | | 0,006088059 | 0,006088059 | 0,006088059 |
| 57 | 6,86 | 0,303729571 | | 0,012062904 | 0,012062904 | 0,012062904 |
| 58 | 6,869 | 0,309465784 | | 0,003910228 | 0,003910228 | 0,003910228 |
| 59 | 6,876 | 0,313855336 | | 0,005589109 | 0,005589109 | 0,005589109 |
| 60 | 6,94 | 0,351037207 | | 0,017703874 | 0,017703874 | 0,017703874 |
| 61 | 6,942 | 0,352113045 | | 0,004890823 | 0,004890823 | 0,004890823 |
| 62 | 6,957 | 0,360015801 | | 0,00109531 | 0,00109531 | 0,00109531 |
| 63 | 6,966 | 0,364617187 | | 0,010382813 | 0,010382813 | 0,010382813 |
| 64 | 6,987 | 0,374947202 | | 0,013941686 | 0,013941686 | 0,013941686 |
| 65 | 7,006 | 0,383807543 | | 0,018970235 | 0,018970235 | 0,018970235 |
| 66 | 7,029 | 0,393925239 | | 0,022741427 | 0,022741427 | 0,022741427 |
| 67 | 7,031 | 0,394773981 | | 0,035781575 | 0,035781575 | 0,035781575 |
| 68 | 7,067 | 0,409219895 | | 0,035224549 | 0,035224549 | 0,035224549 |
| 69 | 7,091 | 0,417997705 | | 0,040335629 | 0,040335629 | 0,040335629 |
| 70 | 7,144 | 0,435097321 | | 0,037124901 | 0,037124901 | 0,037124901 |
| 71 | 7,345 | 0,476253514 | | 0,009857597 | 0,009857597 | 0,009857597 |
| 72 | 7,411 | 0,483628602 | | 0,016371398 | 0,016371398 | 0,016371398 |
|  |  |  | |  |  |  |
|  | |  | | max (|F\*(x)-F0(x)|) = | | 0,07778988 |
|  | |  | |  |  |  |
| x ср = | 6,492 |  | | t набл = | | 0,07778988 |
| S = | 0,4304 |  | |  |  |  |
|  |  |  | | t кр = | | 0,22604 |
|  |  | | t набл < t кр , гипотеза принимается | | | |

Приложение 7. Таблица значений функции ϕ(*x*)= 

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 0,0 | 0,3989 | 3989 | 3989 | 3988 | 3986 | 3984 | 3982 | 3980 | 3977 | 3973 |
| 0,1 | 3970 | 3965 | 3961 | 3956 | 3951 | 3945 | 3939 | 3932 | 3925 | 3918 |
| 0,2 | 3910 | 3902 | 3894 | 3885 | 3876 | 3867 | 3857 | 3847 | 3836 | 3825 |
| 0,3 | 3814 | 3802 | 3790 | 3778 | 3765 | 3752 | 3739 | 3726 | 3712 | 3697 |
| 0,4 | 3683 | 3668 | 3652 | 3637 | 3621 | 3605 | 3589 | 3572 | 3555 | 3538 |
| 0,5 | 3521 | 3503 | 3485 | 3467 | 3448 | 3429 | 3410 | 3391 | 3372 | 3352 |
| 0,6 | 3332 | 3312 | 3292 | 3271 | 3251 | 3230 | 3209 | 3187 | 3166 | 3144 |
| 0,7 | 3123 | 3101 | 3079 | 3056 | 3034 | 3011 | 2989 | 2966 | 2943 | 2920 |
| 0,8 | 2897 | 2874 | 2850 | 2827 | 2803 | 2780 | 2756 | 2732 | 2709 | 2685 |
| 0,9 | 2661 | 2637 | 2613 | 2589 | 2565 | 2541 | 2516 | 2492 | 2468 | 2444 |
| 1,0 | 0,2420 | 2396 | 2371 | 2347 | 2323 | 2299 | 2275 | 2251 | 2227 | 2203 |
| 1,1 | 2179 | 2155 | 2131 | 2107 | 2083 | 2059 | 2036 | 2012 | 1989 | 1965 |
| 1,2 | 1942 | 1919 | 18Э5 | 1872 | 1849 | 1826 | 1804 | 1781 | 1758 | 1736 |
| 1,3 | 1714 | 1691 | 1669 | 1647 | 1626 | 1604 | 1582 | 1561 | 1539 | 1518 |
| 1,4 | 1497 | 1476 | 1456 | 1435 | 1415 | 1394 | 1374 | 1354 | 1334 | 1315 |
| 1,5 | 1295 | 1276 | 1257 | 1238 | 1219 | 1200 | 1182 | 1163 | 1145 | 1127 |
| 1,6 | 1109 | 1092 | 1074 | 1057 | 1040 | 1023 | 1006 | 0989 | 0973 | 0957 |
| 1,7 | 0940 | 0925 | 0909 | 0893 | 0878 | 0863 | 0848 | 0833 | 0818 | 0804 |
| 1,8 | 0790 | 0775 | 0761 | 0748 | 0734 | 0721 | 0707 | 0694 | 0681 | 0669 |
| 1,9 | 0656 | 0644 | 0632 | 0620 | 0608 | 0596 | 0584 | 0573 | 0562 | 0551 |

Таблица значений функции ϕ(*x*)= 

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 2,0 | 0,0540 | 0529 | 0519 | 0508 | 0498 | 0488 | 0478 | 0468 | 0459 | 0449 |
| 2,1 | 0440 | 0431 | 0422 | 0413 | 0404 | 0396 | 0387 | 0379 | 0371 | 0363 |
| 2,2 | 0355 | 0347 | 0339 | 0332 | 0325 | 0317 | 0310 | 0303 | 0297 | 0290 |
| 2,3 | 0283 | 0277 | 0270 | 0264 | 0258 | 0252 | 0246 | 0241 | 0235 | 0229 |
| 2,4 | 0224 | 0219 | 0213 | 0208 | 0203 | 0198 | 0194 | 0189 | 0184 | 0180 |
| 2,5 | 0175 | 0171 | 0167 | 0163 | 0158 | 0154 | 0151 | 0147 | 0143 | 0139 |
| 2,6 | 0136 | 0132 | 0129 | 0126 | 0122 | 0119 | 0116 | 0113 | 0110 | 0107 |
| 2,7 | 0104 | 0101 | 0099 | 0096 | 0093 | 0091 | 0088 | 0086 | 0084 | 0081 |
| 2,8 | 0079 | 0077 | 0075 | 0073 | 0071 | 0069 | 0067 | 0065 | 0063 | 0061 |
| 2,9 | 0060 | 0058 | 0056 | 0055 | 0053 | 0051 | 0050 | 0048 | 0047 | 0046 |
| 3,0 | 0,0044 | 0043 | 0042 | 0040 | 0039 | 0038 | 0037 | 0036 | 0035 | 0034 |
| 3,1 | 0033 | 0032 | 0031 | 0030 | 0029 | 0028 | 0027 | 0026 | 0025 | 0025 |
| 3,2 | 0024 | 0023 | 0022 | 0022 | 0021 | 0020 | 0020 | 0019 | 0018 | 0018 |
| 3,3 | 0017 | 0017 | 0016 | 0016 | 0015 | 0015 | 0014 | 0014 | 0013 | 0013 |
| 3,4 | 0012 | 0012 | 0012 | 0012 | 0011 | 0010 | 0010 | 0010 | 0009 | 0009 |
| 3,5 | 0009 | 0008 | 0008 | 0008 | 0008 | 0007 | 0007 | 0007 | 0007 | 0006 |
| 3,6 | 0006 | 0006 | 0006 | 0005 | 0005 | 0005 | 0005 | 0005 | 0005 | 0004 |
| 3,7 | 0004 | 0004 | 0004 | 0004 | 0004 | 0004 | 0003 | 0003 | 0003 | 0003 |
| 3,8 | 0003 | 0003 | 0003 | 0003 | 0003 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 |
| 3,9 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0001 | 0001 |

Приложение 8. Таблица значений функции Φ(*x*) = 

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *X* | *Ф (X)* | *X* | *Ф (х)* | *X* | *Ф (X)* | *X* | *Ф (х)* |
| 0,00 | 0,0000 | 0,32 | 0,1255 | 0,64 | 0,2389 | 0,96 | 0,3315 |
| 0,01 | 0,0040 | 0,33 | 0,1293 | 0,65 | 0,2422 | 0,97 | 0,3340 |
| 0,02 | 0,0080 | 0,34 | 0,1331 | 0,66 | 0,2454 | 0,98 | 0,3365 |
| 0,03 | 0,0120 | 0,35 | 0,1368 | 0,67 | 0,2486 | 0,99 | 0,3389 |
| 0,04 | 0,0160 | 0,36 | 0,1406 | 0,68 | 0,2517 | 1,00 | 0,3413 |
| 0,05 | 0,0199 | 0,37 | 0,1443 | 0,69 | 0,2549 | 1,01 | 0,3438 |
| 0,06 | 0,0239 | 0,38 | 0,1480 | 0,70 | 0,2580 | 1,02 | 0,3461 |
| 0,07 | 0,0279 | 0,39 | 0,1517 | 0,71 | 0,2611 | 1,03 | 0,3485 |
| 0,08 | 0,0319 | 0,40 | 0,1554 | 0,72 | 0,2642 | 1,04 | 0,3508 |
| 0,09 | 0,0359 | 0,41 | 0,1591 | 0,73 | 0,2673 | 1,05 | 0,3531 |
| 0,10 | 0,0398 | 0,42 | 0,1628 | 0,74 | 0,2703 | 1,06 | 0,3554 |
| 0,11 | 0,0438 | 0,43 | 0,1664 | 0,75 | 0,2734 | 1,07 | 0,3577 |
| 0,12 | 0,0478 | 0,44 | 0,1700 | 0,76 | 0,2764 | 1,08 | 0,3599 |
| 0,13 | 0,0517 | 0,45 | 0,1736 | 0,77 | 0,2794 | 1,09 | 0,3621 |
| 0,14 | 0,0557 | 0,46 | 0,1772 | 0,78 | 0,2823 | 1,10 | 0,3643 |
| 0,15 | 0,0596 | 0,47 | 0,1808 | 0,79 | 0,2852 | 1,11 | 0,3665 |
| 0,16 | 0,0636 | 0,48 | 0,1844 | 0,80 | 0,2881 | 1,12 | 0,3686 |
| 0,17 | 0,0675 | 0,49 | 0,1879 | 0,81 | 0,2910 | 1,13 | 0,3708 |
| 0,18 | 0,0714 | 0,50 | 0,1915 | 0,82 | 0,2939 | 1,14 | 0,3729 |
| 0,19 | 0,0753 | 0,51 | 0,1950 | 0,83 | 0,2967 | 1,15 | 0,3749 |
| 0,20 | 0,0793 | 0,52 | 0,1985 | 0,84 | 0,2995 | 1,16 | 0,3770 |
| 0,21 | 0,0832 | 0,53 | 0,2019 | 0,85 | 0,3023 | 1,17 | 0,3790 |
| 0,22 | 0,0871 | 0,54 | 0,2054 | 0,86 | 0,3051 | 1,18 | 0,3810 |
| 0,23 | 0,0910 | 0,55 | 0,2088 | 0,87 | 0,3078 | 1,19 | 0,3830 |
| 0,24 | 0,0948 | 0,56 | 0,2123 | 0,88 | 0,3106 | 1,20 | 0,3849 |
| 0,25 | 0,0987 | 0,57 | 0,2157 | 0,89 | 0,3133 | 1,21 | 0,3869 |
| 0,26 | 0,1026 | 0,58 | 0,2190 | 0,90 | 0,3159 | 1,22 | 0,3883 |
| 0,27 | 0,1064 | 0,59 | 0,2224 | 0,91 | 0,3186 | 1,23 | 0,3907 |
| 0,28 | 0,1103 | 0,60 | 0,2257 | 0,92 | 0,3212 | 1,24 | 0,3925 |
| 0,29 | 0,1141 | 0,61 | 0,2291 | 0,93 | 0,3238 | 1,25 | 0,3944 |
| 0,30 | 0,1179 | 0,62 | 0,2324 | 0,94 | 0,3264 |  |  |
| 0,31 | 0,1217 | 0,63 | 0,2357 | 0,95 | 0,3289 |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *X* | *Ф (X)* | *X* | *Ф (х)* | *X* | *Ф (X)* | *X* | *Ф (х)* |
| 1,26 | 0,3962 | 1,59 | 0,4441 | 1,92 | 0,4726 | 2,50 | 0,4938 |
| 1,27 | 0,3980 | 1,60 | 0,4452 | 1,93 | 0,4732 | 2,52 | 0,4941 |
| 1,28 | 0,3997 | 1,61 | 0,4463 | 1,94 | 0,4738 | 2,54 | 0,4945 |
| 1,29 | 0,4015 | 1,62 | 0,4474 | 1,95 | 0,4744 | 2,56 | 0,4948 |
| 1,30 | 0,4032 | 1,63 | 0,4484 | 1,96 | 0,4750 | 2,58 | 0,4951 |
| 1,31 | 0,4049 | 1,64 | 0,4495 | 1,97 | 0,4756 | 2,60 | 0,4953 |
| 1,32 | 0,4066 | 1,65 | 0,4505 | 1,98 | 0,4761 | 2,62 | 0,4956 |
| 1,33 | 0,4082 | 1,66 | 0,4515 | 1,99 | 0,4767 | 2,64 | 0,4959 |
| 1,34 | 0,4099 | 1,67 | 0,4525 | 2,00 | 0,4772 | 2,66 | 0,4961 |
| 1,35 | 0,4115 | 1,68 | 0,4535 | 2,02 | 0,4783 | 2,68 | 0,4963 |
| 1,36 | 0,4131 | 1,69 | 0,4545 | 2,04 | 0,4793 | 2,70 | 0,4965 |
| 1,37 | 0,4147 | 1,70 | 0,4554 | 2,06 | 0,4803 | 2,72 | 0,4967 |
| 1,38 | 0,4162 | 1,71 | 0,4564 | 2,08 | 0,4812 | 2,74 | 0,4969 |
| 1,39 | 0,4177 | 1,72 | 0,4573 | 2,10 | 0,4821 | 2,76 | 0,4971 |
| 1,40 | 0,4192 | 1,73 | 0,4582 | 2,12 | 0,4830 | 2,78 | 0,4973 |
| 1,41 | 0,4207 | 1,74 | 0,4591 | 2,14 | 0,4838 | 2,80 | 0,4974 |
| 1,42 | 0,4222 | 1,75 | 0,4599 | 2,16 | 0,4846 | 2,82 | 0,4976 |
| 1,43 | 0,4236 | 1,76 | 0,4608 | 2,18 | 0,4854 | 2,84 | 0,4977 |
| 1,44 | 0,4251 | 1,77 | 0,4616 | 2,20 | 0,4861 | 2,86 | 0,4979 |
| 1,45 | 0,4265 | 1,78 | 0,4625 | 2,22 | 0,4868 | 2,88 | 0,4980 |
| 1,46 | 0,4279 | 1,79 | 0,4633 | 2,24 | 0,4875 | 2,90 | 0,4981 |
| 1,47 | 0,4292 | 1,80 | 0,4641 | 2,26 | 0,4881 | 2,92 | 0,4982 |
| 1,48 | 0,4306 | 1,81 | 0,4649 | 2,28 | 0,4887 | 2,94 | 0,4984 |
| 1,49 | 0,4319 | 1,82 | 0,4656 | 2,30 | 0,4893 | 2,96 | 0,4985 |
| 1,50 | 0,4332 | 1,83 | 0,4664 | 2,32 | 0,4898 | 2,98 | 0,4986 |
| 1,51 | 0,4345 | 1,84 | 0,4671 | 2,34 | 0,4904 | 3,00 | 0,49865 |
| 1,52 | 0,4357 | 1,85 | 0,4678 | 2,36 | 0,4909 | 3,20 | 0,49931 |
| 1,53 | 0,4370 | 1,86 | 0,4686 | 2,38 | 0,4913 | 3,40 | 0,49966 |
| 1,54 | 0,4382 | 1,87 | 0,4693 | 2,40 | 0,4918 | 3,60 | 0,499841 |
| 1,55 | 0,4394 | 1,88 | 0,4699 | 2,42 | 0,4922 | 3,80 | 0,499928 |
| 1,56 | 0,4406 | 1,89 | 0,4706 | 2,44 | 0,4927 | 4,00 | 0,499968 |
| 1,57 | 0,4418 | 1,90 | 0,4713 | 2,46 | 0,4931 | 4,50 | 0,499997 |
| 1,58 | 0,4429 | 1,91 | 0,4719 | 2,48 | 0,4934 | 5,00 | 0,499997 |

##### Приложение 9. Критические точки распределения Хи–квадрат

| n\Q | 0,995 | 0,99 | 0,975 | 0,95 | 0,05 | 0,025 | 0,01 | 0,005 |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 3,9271E-05 | 0,00015709 | 0,0009821 | 0,003932 | 3,841455 | 5,023903 | 6,634891 | 7,8794 |
| 2 | 0,01002467 | 0,02010041 | 0,0506357 | 0,102586 | 5,991476 | 7,377779 | 9,210351 | 10,59653 |
| 3 | 0,07172345 | 0,11483162 | 0,2157949 | 0,351846 | 7,814725 | 9,348404 | 11,34488 | 12,83807 |
| 4 | 0,20698363 | 0,29710681 | 0,484419 | 0,710724 | 9,487728 | 11,14326 | 13,2767 | 14,86017 |
| 5 | 0,41175081 | 0,55429691 | 0,8312089 | 1,145477 | 11,07048 | 12,83249 | 15,08632 | 16,74965 |
| 6 | 0,67573335 | 0,87208326 | 1,2373419 | 1,63538 | 12,59158 | 14,44935 | 16,81187 | 18,54751 |
| 7 | 0,98925088 | 1,23903171 | 1,689864 | 2,167349 | 14,06713 | 16,01277 | 18,47532 | 20,27774 |
| 8 | 1,34440274 | 1,64650617 | 2,1797247 | 2,732633 | 15,50731 | 17,53454 | 20,09016 | 21,95486 |
| 9 | 1,73491138 | 2,08788942 | 2,7003887 | 3,325115 | 16,91896 | 19,02278 | 21,66605 | 23,58927 |
| 10 | 2,15584538 | 2,55819883 | 3,2469635 | 3,940295 | 18,30703 | 20,4832 | 23,20929 | 25,18805 |
| 11 | 2,60320192 | 3,05349572 | 3,8157424 | 4,574809 | 19,67515 | 21,92002 | 24,72502 | 26,75686 |
| 12 | 3,073785 | 3,57055135 | 4,4037775 | 5,226028 | 21,02606 | 23,33666 | 26,21696 | 28,29966 |
| 13 | 3,56504197 | 4,10689964 | 5,0087376 | 5,891861 | 22,36203 | 24,73558 | 27,68818 | 29,81932 |
| 14 | 4,07465883 | 4,66041549 | 5,6287238 | 6,570632 | 23,68478 | 26,11893 | 29,14116 | 31,31943 |
| 15 | 4,60087406 | 5,22935591 | 6,2621229 | 7,260935 | 24,9958 | 27,48836 | 30,57795 | 32,80149 |
| 16 | 5,14216425 | 5,81219685 | 6,9076641 | 7,961639 | 26,29622 | 28,84532 | 31,99986 | 34,26705 |
| 17 | 5,69727365 | 6,40774196 | 7,5641786 | 8,671754 | 27,5871 | 30,19098 | 33,40872 | 35,71838 |
| 18 | 6,26476587 | 7,01490342 | 8,2307372 | 9,390448 | 28,86932 | 31,52641 | 34,80524 | 37,15639 |
| 19 | 6,84392333 | 7,63269763 | 8,9065144 | 10,11701 | 30,14351 | 32,85234 | 36,19077 | 38,58212 |
| 20 | 7,43381136 | 8,26036838 | 9,5907725 | 10,8508 | 31,41042 | 34,16958 | 37,56627 | 39,99686 |
| 21 | 8,03360214 | 8,89717245 | 10,282907 | 11,59132 | 32,67056 | 35,47886 | 38,93223 | 41,40094 |
| 22 | 8,64268062 | 9,54249443 | 10,98233 | 12,33801 | 33,92446 | 36,78068 | 40,28945 | 42,79566 |
| 23 | 9,26038309 | 10,1956888 | 11,688534 | 13,09051 | 35,17246 | 38,07561 | 41,63833 | 44,18139 |
| 24 | 9,88619866 | 10,8563494 | 12,401146 | 13,84842 | 36,41503 | 39,36406 | 42,97978 | 45,55836 |
| 25 | 10,5196471 | 11,5239511 | 13,119707 | 14,6114 | 37,65249 | 40,6465 | 44,31401 | 46,92797 |
| 26 | 11,1602178 | 12,1981769 | 13,843881 | 15,37916 | 38,88513 | 41,92314 | 45,64164 | 48,28978 |
| 27 | 11,807655 | 12,8784685 | 14,573373 | 16,15139 | 40,11327 | 43,19452 | 46,96284 | 49,64504 |
| 28 | 12,4612811 | 13,5646661 | 15,307854 | 16,92788 | 41,33715 | 44,46079 | 48,27817 | 50,99356 |
| 29 | 13,1210666 | 14,2564062 | 16,047051 | 17,70838 | 42,55695 | 45,72228 | 49,58783 | 52,3355 |
| 30 | 13,7866817 | 14,9534644 | 16,790756 | 18,49267 | 43,77295 | 46,97922 | 50,89218 | 53,67187 |
| 31 | 14,4577359 | 15,6554669 | 17,538716 | 19,28056 | 44,98534 | 48,23192 | 52,19135 | 55,00248 |
| 32 | 15,1340182 | 16,3622034 | 18,290791 | 20,07191 | 46,19424 | 49,48044 | 53,48566 | 56,32799 |
| 33 | 15,8151796 | 17,0734802 | 19,046663 | 20,86652 | 47,3999 | 50,7251 | 54,77545 | 57,64831 |
| 34 | 16,5012991 | 17,7891043 | 19,806237 | 21,66428 | 48,60236 | 51,96602 | 56,06085 | 58,96371 |
| 35 | 17,1917287 | 18,5088696 | 20,56938 | 22,46501 | 49,80183 | 53,20331 | 57,34199 | 60,27459 |
| 36 | 17,8867503 | 19,2326276 | 21,335873 | 23,26862 | 50,99848 | 54,43726 | 58,61915 | 61,58107 |
| 37 | 18,5858845 | 19,9602677 | 22,105616 | 24,07494 | 52,19229 | 55,66798 | 59,89256 | 62,88317 |
| 38 | 19,2888188 | 20,6914104 | 22,878489 | 24,88389 | 53,38351 | 56,89549 | 61,16202 | 64,18123 |
| 39 | 19,9958261 | 21,4261387 | 23,6543 | 25,69538 | 54,57224 | 58,12005 | 62,42809 | 65,47532 |
| 40 | 20,7065768 | 22,1642012 | 24,433058 | 26,5093 | 55,75849 | 59,34168 | 63,69077 | 66,76605 |
| 41 | 21,4207505 | 22,9055588 | 25,214518 | 27,32556 | 56,9424 | 60,56055 | 64,94998 | 68,05263 |
| 42 | 22,138381 | 23,6501414 | 25,998657 | 28,14405 | 58,12403 | 61,77672 | 66,20629 | 69,33604 |
| 43 | 22,8595681 | 24,3975687 | 26,785369 | 28,96471 | 59,30352 | 62,99031 | 67,45929 | 70,61573 |
| 44 | 23,5836204 | 25,1480117 | 27,574543 | 29,7875 | 60,4809 | 64,20141 | 68,70964 | 71,89234 |
| 45 | 24,310982 | 25,9012003 | 28,366177 | 30,61226 | 61,65622 | 65,41013 | 69,9569 | 73,16604 |
| 46 | 25,0413006 | 26,657186 | 29,160024 | 31,439 | 62,82961 | 66,61647 | 71,2015 | 74,43671 |
| 47 | 25,7745002 | 27,4158207 | 29,95616 | 32,26761 | 64,00113 | 67,82064 | 72,44317 | 75,70385 |
| 48 | 26,5106735 | 28,1769725 | 30,754499 | 33,09807 | 65,17076 | 69,02257 | 73,68256 | 76,96892 |
| 49 | 27,2493695 | 28,9405947 | 31,55493 | 33,93029 | 66,33865 | 70,22236 | 74,91939 | 78,23055 |
| 50 | 27,9908247 | 29,7067253 | 32,357385 | 34,76424 | 67,50481 | 71,42019 | 76,1538 | 79,48984 |
| 51 | 28,7347386 | 30,4750107 | 33,161795 | 35,59986 | 68,66932 | 72,61603 | 77,38601 | 80,74645 |
| 52 | 29,4810772 | 31,2456863 | 33,968133 | 36,43708 | 69,83216 | 73,80992 | 78,61563 | 82,00062 |
| 53 | 30,2300184 | 32,0185478 | 34,776303 | 37,27589 | 70,99343 | 75,0019 | 79,84336 | 83,25251 |
| 54 | 30,9811231 | 32,79343 | 35,586332 | 38,1162 | 72,15321 | 76,19206 | 81,06878 | 84,50176 |
| 55 | 31,7348945 | 33,5705164 | 36,398113 | 38,95805 | 73,31148 | 77,38044 | 82,29198 | 85,74906 |
| 56 | 32,4906266 | 34,3495447 | 37,211566 | 39,80127 | 74,46829 | 78,56713 | 83,51355 | 86,99398 |
| 57 | 33,2482311 | 35,1305593 | 38,026716 | 40,64592 | 75,62372 | 79,75218 | 84,73265 | 88,23656 |
| 58 | 34,008467 | 35,9135101 | 38,843521 | 41,49198 | 76,77778 | 80,9356 | 85,95015 | 89,47699 |
| 59 | 34,7703768 | 36,6981753 | 39,661852 | 42,3393 | 77,93049 | 82,11737 | 87,16583 | 90,71533 |
| 60 | 35,5343972 | 37,4847956 | 40,481707 | 43,18797 | 79,08195 | 83,29771 | 88,37943 | 91,95181 |
| 61 | 36,3004603 | 38,2731954 | 41,303169 | 44,0379 | 80,23209 | 84,4764 | 89,59122 | 93,18622 |
| 62 | 37,0683273 | 39,0632584 | 42,125992 | 44,88904 | 81,38098 | 85,6537 | 90,8015 | 94,41853 |
| 63 | 37,838301 | 39,8550871 | 42,950306 | 45,74135 | 82,52872 | 86,82963 | 92,00989 | 95,64919 |
| 64 | 38,6097353 | 40,648514 | 43,775944 | 46,5949 | 83,67524 | 88,00398 | 93,2167 | 96,87794 |
| 65 | 39,3832265 | 41,4435539 | 44,60297 | 47,44957 | 84,82064 | 89,17716 | 94,422 | 98,10492 |
| 66 | 40,1582883 | 42,2402456 | 45,431374 | 48,30538 | 85,96494 | 90,34883 | 95,62559 | 99,33027 |
| 67 | 40,9348768 | 43,0383564 | 46,260996 | 49,16225 | 87,10804 | 91,51933 | 96,82768 | 100,5538 |
| 68 | 41,7135681 | 43,8380387 | 47,091943 | 50,02026 | 88,25017 | 92,68849 | 98,02832 | 101,7757 |
| 69 | 42,4934268 | 44,63917 | 47,924119 | 50,87924 | 89,39119 | 93,85648 | 99,22741 | 102,9961 |
| 70 | 43,275305 | 45,4417001 | 48,757536 | 51,73926 | 90,53126 | 95,02315 | 100,4251 | 104,2148 |
| 71 | 44,0584365 | 46,2456399 | 49,592165 | 52,6003 | 91,67026 | 96,18873 | 101,6214 | 105,4323 |
| 72 | 44,8432 | 47,0510202 | 50,42794 | 53,46232 | 92,80827 | 97,35298 | 102,8163 | 106,6473 |
| 73 | 45,6291399 | 47,8577291 | 51,264784 | 54,3253 | 93,94533 | 98,51621 | 104,0098 | 107,8619 |
| 74 | 46,4168393 | 48,6656643 | 52,102819 | 55,18922 | 95,08146 | 99,67838 | 105,2019 | 109,0742 |
| 75 | 47,206144 | 49,4751216 | 52,941919 | 56,05405 | 96,21666 | 100,8393 | 106,3929 | 110,2854 |
| 76 | 47,9963545 | 50,2855258 | 53,782086 | 56,91982 | 97,35097 | 101,9992 | 107,5824 | 111,4954 |
| 77 | 48,7884731 | 51,097319 | 54,623321 | 57,78646 | 98,48438 | 103,1581 | 108,7709 | 112,7037 |
| 78 | 49,5814052 | 51,91041 | 55,465608 | 58,65393 | 99,61696 | 104,3159 | 109,9582 | 113,9107 |
| 79 | 50,3759668 | 52,7247814 | 56,308873 | 59,52228 | 100,7486 | 105,4727 | 111,144 | 115,1163 |
| 80 | 51,1719331 | 53,5399831 | 57,153152 | 60,39146 | 101,8795 | 106,6285 | 112,3288 | 116,3209 |
| 81 | 51,9690425 | 54,3566813 | 57,998401 | 61,2615 | 103,0095 | 107,7834 | 113,5123 | 117,524 |
| 82 | 52,7671934 | 55,1742752 | 58,844652 | 62,1323 | 104,1387 | 108,9373 | 114,6948 | 118,7261 |
| 83 | 53,5668681 | 55,9930085 | 59,691733 | 63,00389 | 105,2672 | 110,0902 | 115,8762 | 119,927 |
| 84 | 54,3677646 | 56,812925 | 60,539833 | 63,87624 | 106,3949 | 111,2422 | 117,0566 | 121,1262 |
| 85 | 55,1695015 | 57,633909 | 61,388768 | 64,74937 | 107,5217 | 112,3933 | 118,2356 | 122,3244 |
| 86 | 55,9725781 | 58,4558827 | 62,238633 | 65,62326 | 108,6479 | 113,5436 | 119,4137 | 123,5218 |
| 87 | 56,7770135 | 59,2790577 | 63,089365 | 66,49788 | 109,7733 | 114,6929 | 120,5909 | 124,7176 |
| 88 | 57,5824596 | 60,1029492 | 63,940935 | 67,37323 | 110,898 | 115,8415 | 121,7672 | 125,9123 |
| 89 | 58,3887624 | 60,9279888 | 64,79339 | 68,24927 | 112,022 | 116,989 | 122,9422 | 127,106 |
| 90 | 59,196327 | 61,7540186 | 65,646592 | 69,12602 | 113,1452 | 118,1359 | 124,1162 | 128,2987 |
| 91 | 60,0048848 | 62,5809733 | 66,500685 | 70,00347 | 114,2679 | 119,282 | 125,2893 | 129,4902 |
| 92 | 60,8145966 | 63,4089173 | 67,355569 | 70,88159 | 115,3898 | 120,427 | 126,4616 | 130,6812 |
| 93 | 61,6251739 | 64,2379969 | 68,211247 | 71,76032 | 116,511 | 121,5714 | 127,633 | 131,8705 |
| 94 | 62,4368531 | 65,0676084 | 69,067619 | 72,63976 | 117,6317 | 122,7152 | 128,8032 | 133,0589 |
| 95 | 63,2495125 | 65,8982568 | 69,924857 | 73,51982 | 118,7516 | 123,858 | 129,9725 | 134,2466 |
| 96 | 64,0633447 | 66,730034 | 70,782786 | 74,40057 | 119,8709 | 125,0001 | 131,1411 | 135,4327 |
| 97 | 64,8777974 | 67,5623439 | 71,641536 | 75,28184 | 120,9897 | 126,1414 | 132,3089 | 136,6188 |
| 98 | 65,6934824 | 68,3957129 | 72,500907 | 76,16378 | 122,1077 | 127,2821 | 133,4756 | 137,803 |
| 99 | 66,5099065 | 69,2298558 | 73,361103 | 77,04631 | 123,2252 | 128,4219 | 134,6415 | 138,9869 |
| 100 | 67,3275332 | 70,0649951 | 74,221882 | 77,92944 | 124,3421 | 129,5613 | 135,8069 | 140,1697 |

##### Приложение 10. Критические точки распределения Колмогорова

| n\Q | 0,1 | 0,05 | 0,01 |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 0,95 | 0,975 | 0,995 |
| 2 | 0,77639 | 0,84189 | 0,92929 |
| 3 | 0,63604 | 0,7076 | 0,829 |
| 4 | 0,56522 | 0,62394 | 0,73424 |
| 5 | 0,50945 | 0,56328 | 0,66853 |
| 6 | 0,46799 | 0,51926 | 0,61661 |
| 7 | 0,43607 | 0,48342 | 0,57581 |
| 8 | 0,40962 | 0,45427 | 0,54179 |
| 9 | 0,38746 | 0,43001 | 0,51332 |
| 10 | 0,36866 | 0,40925 | 0,48893 |
| 11 | 0,35242 | 0,39122 | 0,4677 |
| 12 | 0,33815 | 0,37543 | 0,44905 |
| 13 | 0,32549 | 0,36143 | 0,43247 |
| 14 | 0,31417 | 0,3489 | 0,41762 |
| 15 | 0,30397 | 0,3376 | 0,4042 |
| 16 | 0,29472 | 0,32733 | 0,39201 |
| 17 | 0,28627 | 0,31796 | 0,38086 |
| 18 | 0,27851 | 0,30936 | 0,37062 |
| 19 | 0,27136 | 0,30143 | 0,36117 |
| 20 | 0,26473 | 0,29408 | 0,35241 |
| 21 | 0,25858 | 0,28724 | 0,34427 |
| 22 | 0,25283 | 0,28087 | 0,33666 |
| 23 | 0,24746 | 0,2749 | 0,32954 |
| 24 | 0,24242 | 0,26931 | 0,32286 |
| 25 | 0,23768 | 0,26404 | 0,31657 |
| 26 | 0,2332 | 0,25907 | 0,31064 |
| 27 | 0,22898 | 0,25438 | 0,30502 |
| 28 | 0,22497 | 0,24993 | 0,29971 |
| 29 | 0,22117 | 0,24571 | 0,29466 |
| 30 | 0,21756 | 0,2417 | 0,28987 |
| 31 | 0,21412 | 0,23788 | 0,2853 |
| 32 | 0,21085 | 0,23424 | 0,28094 |
| 33 | 0,20771 | 0,23076 | 0,27677 |
| 34 | 0,20472 | 0,22743 | 0,27279 |
| 35 | 0,20185 | 0,22425 | 0,26897 |
| 36 | 0,1991 | 0,22119 | 0,26532 |
| 37 | 0,19645 | 0,21826 | 0,2618 |
| 38 | 0,19392 | 0,21544 | 0,25843 |
| 39 | 0,19148 | 0,21273 | 0,25518 |
| 40 | 0,18913 | 0,21012 | 0,25205 |
| 41 | 0,18687 | 0,2076 | 0,24904 |
| 42 | 0,18468 | 0,20517 | 0,24613 |
| 43 | 0,18257 | 0,20283 | 0,24332 |
| 44 | 0,18053 | 0,20056 | 0,2406 |
| 45 | 0,17856 | 0,19837 | 0,23798 |
| 46 | 0,17665 | 0,19625 | 0,23544 |
| 47 | 0,17481 | 0,1942 | 0,23298 |
| 48 | 0,17302 | 0,19221 | 0,23059 |
| 49 | 0,17128 | 0,19028 | 0,22828 |
| 50 | 0,16959 | 0,18841 | 0,22604 |

##### 

Приложение 11.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| n\Q | 0,001 | 0,01 | 0,025 | 0,05 | 0,01 |
| 3 | 1,414 | 1,414 | 1,414 | 1,412 | 1,406 |
| 4 | 1,731 | 1,723 | 1,710 | 1,689 | 1,645 |
| 5 | 1,990 | 1,955 | 1,917 | 1,869 | 1,791 |
| 6 | 2,203 | 2,130 | 2,067 | 1,996 | 1,894 |
| 7 | 2,377 | 2,265 | 2,182 | 2,093 | 1,974 |
| 8 | 2,521 | 2,374 | 2,273 | 2,172 | 2,041 |
| 9 | 2,643 | 2,464 | 2,349 | 2,238 | 2,097 |
| 10 | 2,747 | 2,540 | 2,414 | 2,294 | 2,146 |
| 11 | 2,837 | 2,606 | 2,470 | 2,343 | 2,190 |
| 12 | 2,915 | 2,663 | 2,519 | 2,387 | 2,229 |
| 13 | 2,984 | 2,713 | 2,563 | 2,426 | 2,264 |
| 14 | 3,046 | 2,759 | 2,602 | 2,461 | 2,297 |
| 15 | 3,102 | 2,800 | 2,638 | 2,494 | 2,327 |
| 16 | 3,152 | 2,837 | 2,670 | 2,523 | 2,354 |
| 17 | 3,198 | 2,871 | 2,701 | 2,551 | 2,380 |
| 18 | 3,240 | 2,903 | 2,728 | 2,577 | 2,404 |
| 19 | 3,278 | 2,932 | 2,754 | 2,601 | 2,426 |
| 20 | 3,314 | 2,959 | 2,779 | 2,623 | 2,447 |
| 21 | 3,347 | 2,984 | 2,801 | 2,644 | 2,467 |
| 22 | 3,378 | 3,008 | 2,823 | 2,664 | 2,486 |
| 23 | 3,407 | 3,030 | 2,823 | 2,683 | 2,504 |
| 24 | 3,434 | 3,051 | 2,862 | 2,701 | 2,521 |
| 25 | 3,459 | 3,071 | 2,880 | 2,718 | 2,537 |
| 26 | 3,483 | 3,089 | 2,897 | 2,734 | 2,553 |
| 27 | 3,506 | 3,107 | 2,913 | 2,749 | 2,568 |
| 28 | 3,528 | 3,124 | 2,929 | 2,764 | 2,582 |
| 29 | 3,548 | 3,140 | 2,944 | 2,778 | 2,596 |
| 30 | 3,567 | 3,156 | 2,958 | 2,792 | 2,609 |
| 31 | 3,586 | 3,171 | 2,972 | 2,805 | 2,622 |
| 32 | 3,603 | 3,185 | 2,985 | 2,818 | 2,634 |
| 33 | 3,620 | 3,199 | 2,998 | 2,830 | 2,646 |
| 34 | 3,636 | 3,212 | 3,010 | 2,842 | 2,657 |
| 35 | 3,652 | 3,224 | 3,022 | 2,853 | 2,668 |
| 36 | 3,667 | 3,236 | 3,033 | 2,864 | 2,679 |
| 37 | 3,681 | 3,248 | 3,044 | 2,874 | 2,689 |
| 38 | 3,695 | 3,256 | 3,055 | 2,885 | 2,699 |
| 39 | 3,708 | 3,270 | 3,065 | 2,894 | 2,709 |
| 40 | 3,720 | 3,281 | 3,075 | 2,904 | 2,718 |
| 41 | 3,733 | 3,291 | 3,084 | 2,319 | 2,727 |
| 42 | 3,745 | 3,301 | 3,094 | 2,922 | 2,736 |
| 43 | 3,756 | 3,310 | 3,103 | 2,931 | 2,745 |
| 44 | 3,767 | 3,320 | 3,112 | 2,940 | 2,753 |
| 45 | 3,778 | 3,329 | 3,120 | 2,948 | 2,762 |
| 46 | 3,788 | 3,338 | 3,129 | 2,956 | 2,770 |
| 47 | 3,798 | 3,346 | 3,137 | 2,964 | 2,778 |
| 48 | 3,808 | 3,354 | 3,145 | 2,972 | 2,785 |
| 49 | 3,818 | 3,363 | 3,152 | 2,980 | 2,793 |
| 50 | 3,827 | 3,370 | 3,160 | 2,987 | 2,800 |